

K240.4

5

數學



中學校用

4-5

第一類

14ノ第一類ト15ノ第一類トハ
内容同一

中等學校教科書株式會社

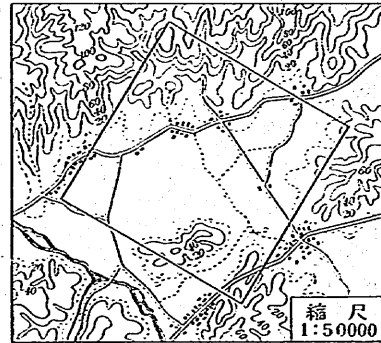
1. 系列ノ考察

§ 1. 區分求積 [1]

不規則ナ圖形ノ面積ヤ體積ノ求メ方ヲ考究シヨウ。

飛行場ノ設營ナドデ、凹凸ノアル土地ノ地均シヲシヨウトスル場合ニハ、土ノ過不足ガ問題ニナル。

右ノ地圖ノウチ、正方形デ示シタ部分ヲ或ル高サニ均シテ、土ノ過不足ヲナルベク少クシヨウト思フ。



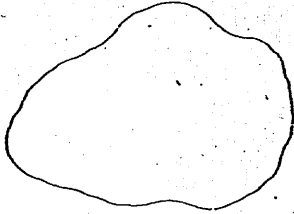
ドノヤウニシテ、ソノ高サヲ算出シタラヨイデアラウカ。

先ツ、次ノ問題カラ考ヘヨウ。

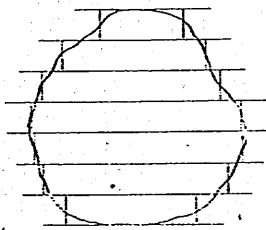
問 1. 次頁ノ圖ニ示スヤウナ圖形ノ面積

ヲ求メル方法ヲ考ヘヨ。

種々ノ方法ヲ考ヘ、ソ
レゾレドノヤウナ場合
ニ都合ガヨイカヲシラ
ベヨ。



問2. 次ノ圖ハ、不規則ナ曲線デカコマレ
タ平面圖形ノ面積ヲ求メルーツノ方法ヲ示

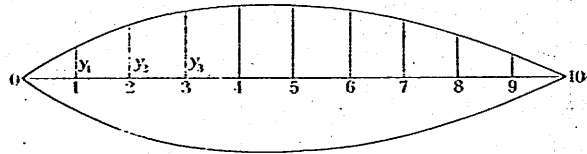


ス。コノ方法ヲ説明セ
ヨ。

マタ、コノ方法デ、面積
ヲナルベク精シク測ル
ニハドノヤウニスレバ

ヨイカ。

問3. 次ノ圖ハ、船ノ吃水線ヲ通ル平面デ
船ヲ切ツタ切口ヲ示ス。



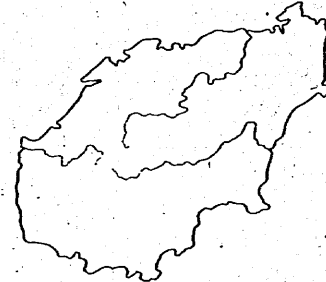
切口ノ對稱軸ヲ10等分シ各分點1, 2, 3, ...
8, 9 デ軸ニ垂線ヲ立テ、吃水線マデノ長サヲ
 $y_1, y_2, y_3, \dots, y_8, y_9$ トスル。

對稱軸ノ長サ a 及ビ $y_1, y_2, y_3, \dots, y_8, y_9$ ヲ用
ビテ、上ノ斷面積ヲ表ハス近似式ヲ作レ。



1. 右ハ海南島
ノ略圖デアル。

種々ノ方法デ、ソ
ノ面積ヲ計算セヨ。



縮尺 1:500 000

2. 本節ノ始メ
ニ考ヘタ土地ハ、ド
レ程ノ高サニ均セ

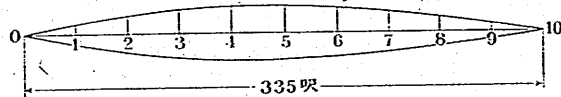
バヨイカ。コレヲ概算セヨ。

切取ツタ土ヲ他ニ盛り上ゲテ搗キ固メル
ト、體積ハ元通りニナルモノトシテ考ヘヨ。

3. 貯水池ガアル。コレニ貯ヘラレテキ
ル水ノ量ヲ概算スルニハ、ドノヤウニスレバ

ヨイカラ考へヨ。

4. 次ノ圖ハ、或ル船ノ吃水線ヲ通ル平面
デ切ツタ切口デアル。

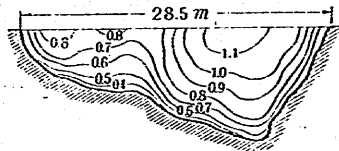


コノ船ノ吃水線ガ水面ノ
上1呎ノ高サニアルトスレ
バ、コノ上ナホドレ程ノ重サ
ノ貨物ヲ積ミ込ムコトガデ
キルカ。

海水35立方呎ノ重サヲ1
噸トシテ計算セヨ。

分點番號	縦線(呎)
1	7.0
2	15.1
3	19.3
4	20.8
5	21.0
6	20.0
7	16.5
8	11.5
9	6.0

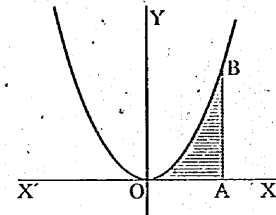
5. 次ノ圖ハ、或ル川ノ断面圖デアル。曲
線ハ等速線デ、數字ハソノ線上ノ各點ニ於ケ
ル流速ヲ示ス。(單
位ハ米/秒)



コノ川ヲ流レル
水量ハ毎秒何程カ。

§ 2. 區分求積[2]

拋物線 $y = x^2$ ト、點 A ヲ通ツテ Y 軸ニ平行
ナ直線トノ交點ヲ B ト
スル。コノトキニ出來
ル圖形 OAB ノ面積ハド
ノヤウナ式デ表ハサレ
ルカヲシラベヨウ。



先ヅ、前節デ考へタ不規則ナ曲線デカコマ
レタ圖形ノ面積ヲ求メル方法ヲ適用シテミ
ヨウ。

問 1. OA ノ長サヲ a デ表ハシ、コレヲ 10
等分スル各分點及ビ A ニ於ケル y ノ値ヲ順
ニ $y_1, y_2, y_3, \dots, y_9, y_{10}$ デ表ハス。

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_9, y_{10}$ 及ビ a ヲ用ヒテ OAB ノ面
積ヲ表ハス近似式ヲ作レ。

問 2. 前問デ OAB ノ面積ヲ表ハス近似式
トシテ

$$\frac{a}{10}(y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_9 + y_{10})$$

ヲ用ヒルト、ソノ誤差ハドレ程デアルカ。

また、その誤差ノ限界ヲ圖ノ上ニ表ハス方法ヲ工夫セヨ。

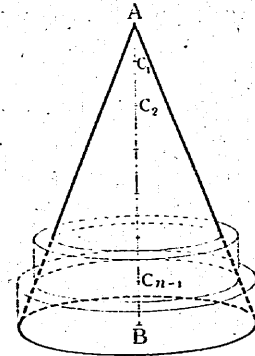
次ニ、OAノ等分數ヲ多クスルト、その誤差ハドノヤウニ變ハルカヲシラベヨ。

問3. 前問デ $a=1$ トシテ OABノ面積ヲ計算シ、その誤差ノ限界ヲ示セ。

次ニ、上ト同様ナ方法デ OABノ面積ヲ求め、その誤差ガ 0.01 ヨリ小サクナルヤウニスルニハ、OAヲ何等分スレバ十分デアルカヲシラベヨ。

問4. 直圓錐ノ高サヲ a 、底面ノ半徑ヲ b トスル。

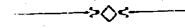
高サ ABヲ n 等分シ、各分點ヲ通ツテ底面ニ平行ナ平面デコノ直圓錐ヲ切り、ソレラノ切口ヲ上カラ順ニ $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{n-1}$ トスル。



$C_1, C_2, C_3, \dots, C_{n-1}$ 及ビ Bヲ底面トシテ、各、

ノ高サガ $\frac{a}{n}$ デアル n 箇ノ直圓柱ノ體積ノ和ハ、ドノヤウナ式デ表ハサレルカ。

また、コノ式ヲ直圓錐ノ體積ヲ表ハス近似式トスルト、誤差ノ限界ハドノヤウニナルカ。圖ノ上デ示ス方法ヲ考ヘヨ。



1. 問2ノ方法デ $y=\sqrt{x}$ ノ表ハス曲線ト、 x 軸及ビ點(4,0)ヲ通ツテ y 軸ニ平行ニ引イタ直線トデ圍マレル面積ノ近似値ヲ求めヨ。

2. 問2ノ方法デ $y=\frac{1}{2}x(10-x)$ ノ表ハス曲線ト x 軸トデ圍マレル面積ノ近似値ヲ求めヨ。

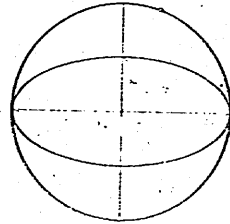
3. 前問デ原點ト點(10,0)ノ間ヲ n 等分シテ面積ヲ表ハス近似式ヲ作ルト、 n ノドノヤウナ式ニナルカヲ考ヘヨ。

4. 問2ノ方法デ $y=2x^2$ ノ表ハス曲線ト x 軸及ビ直線 $x=a$ デ圍マレル面積ヲ表

ハス近似式ヲ作レ。

コレト問2ノOABノ面積ヲ表ハス近似式トノ間ノ關係ヲシラベヨ。

5. 直徑 10 cm ノ圓ノ面積ノ近似値ト、長軸ガ 10 cm 、短軸ガ 5 cm ノ楕圓ノ面積ノ近似値トノ間ニハドノヤウナ關係ガアルカ。



§ 3. 數 列

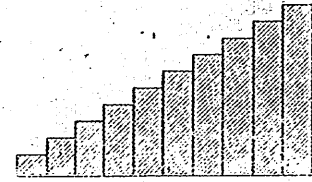
前節ノ問3デハ、次ノ和ヲ求メルコトガ必要デアツタ。

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2$$

$1^2, 2^2, 3^2, \dots, 9^2, 10^2$ ノヤウニ、或ル規則デ次々ニ出來ル數ノ和ヲ求メルコトハ屢、必要ニナル。

ココデハ、先ツ簡單ナ規則デ次々ニ出來ル數ノ列ニツイテシラベヨウ。

問1. 1カラ10マデノ整數ノ和ヲ求メル簡便ナ方法ヲ工夫セヨ。



一般ニ、 n ヲ正ノ整數トシ、1カラ n マデノ整數ノ和ヲ求メル式ヲ作レ。

或ル規則デ、第一ノ數、第二ノ數、第三ノ數ナドト幾ツカノ數ガ次々ニ作ラレテキルトキ、コレラノ數ヲ順ニ列ベタモノヲ 數列 トイフ。

マタ、コレラノ數ノ各、ヲ數列ノ 項 トイヒ、順ニ初項、第二項、第三項、……ナドトイフ。

數列バカリデナク、圖形ノ列ナドモ考ヘルコトガデキル。

スベテ或ル規則ニヨツテ次々ニ作ラレルモノノ列ヲ 系列 トイフコトガアル。

問2. 次ノ數列ハ、ドノヤウナ規則デ作ラレテキルカ。マタ、第 n 項ヲ書ケ。

$$1, 3, 5, 7, 9, \dots$$

$$40, 35, 30, 25, 20, \dots$$

問 3. 第 n 項ガ n ノ値ニ拘ラズ $\frac{n(n-1)}{2}$ デ表ハサレルヤウナ數列ガアルカ。ソレガアレバ初メノ 5 項ヲ書イテミヨ。

問 4. 初メノ n 項ノ和ガ n ノ値ニ拘ラズ n^2 ニナルヤウナ數列ノ初項第二項第三項ヲ書ケ。

マタ、一般ニコノ數列ノ第 n 項ハドノヤウナ式デ表ハサレルカ。

問 5. 前問ノ結果ヲ利用シテ、1 カラ n マデノ整數ノ和ヲ求メル式ヲ作レ。

數列ノ各項ガソノ前ノ項ニ一定ノ數ヲ加ヘテ得ラレルトキ、コレヲ 等差數列 トイヒ、加ヘル一定ノ數ヲコノ數列ノ 公差 トイフ。

問 6. 初項ガ a 、公差ガ s デアル等差數列ノ第 n 項ヲ a_n トシ、初メノ n 項ノ和ヲ W_n トスルト

$$a_n = a + (n-1)s, \quad W_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)s\}$$

デアル。コレヲ證明セヨ。

數列ノ第 n 項ヲ n ノ式デ表ハシタモノヲ、數列ノ 一般項 トイフ。

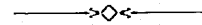
問 7. 初メノ n 項ノ和ガ n^2 デ表ハサレルヤウナ數列ヲ作レ。

コノ數列ノ一般項ハドノヤウニナルカ。

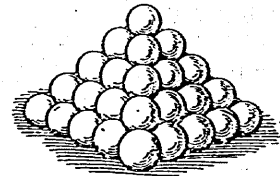
問 8. $3n^2 - 3n + 1$ ノ $n = 1, 2, 3, \dots, n$ ト置イテ全部ヲ加ヘルト n^3 ニナル。コノコトヲ用ヒテ、次ノ式ヲ證明セヨ。

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

問 9. 前節ノ問 2 デ OA ヲ n 等分シタトスル。OAB ノ面積ヲ表ハス近似式ヲ a ト n トデ表ハシ、デキルダケ簡單ニセヨ。



1. 圖ノヤウニ球ガ積ンデアル。上カラ 1 段目、2 段目、3 段目、……ノ箇數ヲ書キ列ベヨ。



2. 次ノ數列ハ、ドノヤウナ規則デ出來テ
キルカ。コレニ續ク2項ヲ書ケ。

(1) 3, 9, 15, 21, ……

(2) 2, -3, -8, -13, ……

(3) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, ……

(4) 2, -6, 18, -54, ……

(5) $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{4}$, $3\frac{1}{8}$, $4\frac{1}{16}$, ……

3. 次ノ數列ノ一般項ヲ作レ。マタ、初メ
カラ第二十項マデノ和ヲ計算セヨ。

(1) 1, 5, 9, 13, ……

(2) 100, 93, 86, 79, ……

(3) 2.3, 3.9, 5.5, 7.1, ……

4. 初メノ n 項ノ和ガ次ノ式デ表ハサレ
ル數列ヲ作レ。

(1) n^2+2 (2) n^2+2n-3 (3) n^2-n^2

5. 前節ノ問4ノ結果カラ、直圓錐ノ體積
ヲ表ハス近似式ヲ導ケ。

コレト直圓錐ノ體積ノ公式トヲ比較セヨ。

6. 底面積ガ M デ高サガ h デアル角錐ノ
體積ヲ表ハス近似式ヲ作レ。

7. 1ノ圖ノヤウニ球ガ積ミ重ネテアツ
テ、 n 段目マデアルトスル。球ノ總數ヲ求メ
ル式ヲ作レ。

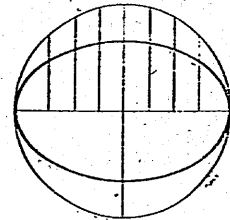
§4. 極 限

前節マデニ得タ結果ヲ用ヒテ種々ノ面積
ヤ體積ノ求メ方ヲ考究シヨウ。

問1. 前節ノ問9デ求メタ近似式デ、 n ヲ
増シテイクト、ソノ値ハドノヤウニ變ツテイ
クカヲシラベヨ。

次ニ、ソノ結果カラ OAB ノ面積ヲ求メル式
ヲ導ケ。

問2. 長軸、短軸ガ $2a$,
 $2b$ デアル楕圓ノ面積ヲ求
メル近似式ノ作り方カラ、
コノ面積ヲ求メル公式ヲ
導ケ。



問3. 數列ノ一般項ガ次ノ式デ表ハサレルトキ, 番號 n フ限リナク増スト, 項ノ値ハドノヤウニ變ツテイクカヲ考ヘヨ。

$$(1) 2n-1 \quad (2) \frac{1}{n}$$

$$(3) \frac{n}{n+1} \quad (4) \frac{n^2}{2n+1}$$

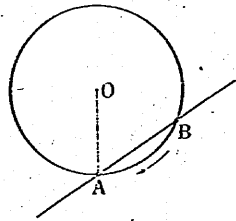
$$(5) \frac{n}{n^2+1} \quad (6) \frac{n^2-4}{3n^2+n}$$

項ガ限リナク續ク數列ヲ 無限數列 トイフ。

無限數列デ, 一般項ノ番號ヲ限リナク増ストキ,
項ノ値ガ或ル値ニ限リナク近ヅクコトガアル。
コノ値ヲ無限數列ノ 極限值 マタハ 極限
トイフ。

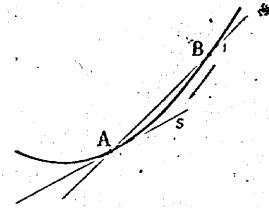
極限ハ數列バカリデナク, 種々ノ場合ニ考
ヘラレル。

問4. 圖デ A, B ハ圓 O
ノ周上ノ二點デアル。A
ヲ固定シテ B ヲ A ニ近ヅ
ケルト, 直線 AB ハ A ノマ
ハリニ回轉スル。



B ガ限リナク A ニ近ヅクトキ, 直線 AB ノ
位置ハドノヤウニ變ツテイクカ。

一般ニ, 一ツノ曲線上ノ點
A = 於ケル接線ヲ s トスル
ト, コノ曲線上ノ動點 B ガ限
リナク A ニ近ヅクトキ, 直線
AB ハ限リナク s ニ近ヅク。コノ場合ニ, 接線 s
ハ, B ガ限リナク A ニ近ヅクトキノ 直線 AB ノ
極限デアル トイフ。



問5. x ノ値ガ限リナク 0 ニ近ヅクトキ,
次ノ函數 y ノ値ハドノヤウニ變ツテイクカ。

$$(1) y = \frac{(a+x)^2 - a^2}{x} \quad (2) y = \frac{1}{x}$$

$$(3) y = \frac{4}{3 - \frac{1}{x}} \quad (4) y = \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}}$$

x ノ値ガ或ル値 a ニ限リナク近ヅクトキ, 函數
 y ノ値ガ或ル値 b ニ限リナク近ヅクコトガアル。
コノ場合ニ, b フ x ガ限リナク a ニ近ヅクトキノ
 y ノ極限值 マタハ 極限 トイフ。



1. 前節5ノ結果カラ直圓錐ノ體積ヲ求メル公式ヲ導ケ。マタ,角錐ノ體積ニツイテモ同様ノコトヲ考ヘヨ。

2. 球ノ體積ヲ求メル公式ヲ導イテミヨ。但シ,半徑ガ h デアル圓ノ面積ハ xh^2 デアルコトヲ基ニシテ考ヘヨ。

3. 無限數列ノ一般項ガ次ノ式デ表ハサレルトキ,ソノ極限ハアルカドウカ。

$$(1) \frac{n^2}{2} \quad (2) \frac{n^2}{100} - 200n$$

$$(3) \frac{(n+1)(2n+1)}{n^2} \quad (4) \frac{700n+500}{n^2}$$

$$(5) \frac{4n-3}{5n+2} \quad (6) \frac{(n+2)(n+3)}{n^2}$$

$$(6) \frac{n^2+1}{n-1} \quad (8) \frac{(n-2)(5n-6)}{(n+1)(4n+3)}$$

4. 前問ニ示スヤウナ分數式デ極限ガアルカナイカラ簡單ニ判定スル方法ヲ考ヘヨ。

5. x ガ限リナク 0 ニ近ヅクトキ,次ノ函數 y ノ極限ハアルカドウカ。

$$(1) y = \frac{(a+x)^3 - a^3}{x} \quad (2) y = \frac{1}{x} \left(\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2} \right)$$

$$(3) y = \sqrt{3+x} + \sqrt{3}$$

$$(4) y = \frac{x}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3}}$$

5. x ノ値ガ限リナク大キクナルトキ,次ノ函數 y ノ極限值ガアルカドウカ。

$$(1) y = \frac{x^2}{2} \quad (2) y = \frac{(x+1)(2x+1)}{x^3}$$

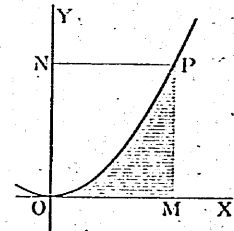
$$(3) y = \frac{4x-3}{5x+2} \quad (4) y = \frac{x+1}{x^2+1}$$

$$(5) y = \sin x$$

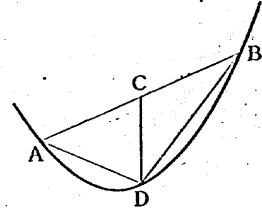
§ 5. 等比數列

$y = x^2$ ノ表ハス曲線ノ上ニ一點 P ヲトリ,
 P カラ兩軸ニ引イタ垂線ヲ PM, PN トスル。

ココニ出來タ面積 OMP ハ數列ノ和ノ極限トシテ求メルコトガデキタ。ココデハソレト異ナツタ方法デ求メテミヨウ。



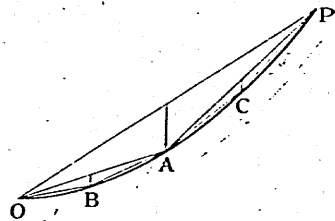
問 1. 拋物線 $y=x^2$ ガアル。一ツノ弦 AB ノ中點 C カラ y 軸ニ平行ナ直線ヲ引キ、曲線トノ交點ヲ D トスル。弦 AB ノ x 軸上ノ正射影ノ長サト CD ノ長サトノ間ニハドノヤウナ關係ガアルカラシラベヨ。



問 2. 前問デ、AB ノ x 軸上ノ正射影ノ長サヲ h トシ、三角形 ABD ノ面積ヲ h デ表ハセ。

本節ノ始メノ圖デ、弦 OP ヲ引キ、ソノ上ニ問 1 デ述ベタ方法デ三角形ヲ作り、ソノ頂點ヲ A トスル。

次ニ、弦 OA, AP ノ上ニ同ジ方法デ三角形ヲ作り、ソノ頂點ヲ B, C トスル。



更ニ、弦 OB, BA, AC, CP ノ上ニ同ジ方法デ三角形ヲ作ル。

コノヤウニシテ、ドコマデモ三角形ヲ作ツテイクト、各段階デ作ラレル三角形ノ箇數ハ次ノキウニナル。

1, 2, 4, 8, ……………

問 3. 上デ作ツタ各段階毎ノ三角形ノ面積ノ和ヲ計算セヨ。

次ニ、ソレラノ和ハドノヤウナ數列ヲ作ルガヲシラベヨ。

上ニ掲ゲタ三角形ノ箇數ノ列ノヤウニ、各項ガソノ前ノ項ニ一定ノ數ヲ掛ケテ得ラレル數列ヲ等比數列トイヒ、掛ケル一定ノ數ヲコノ數列ノ公比トイフ。

問 4. 初項ガ a 、公比ガ h デアル等比數列ノ一般項ヲ書ケ。

次ニ、始メノ n 項ノ和ヲ求メル公式ヲ作レ。コノタメニハ、次ノ掛算ノ結果ヲ用ヒヨ。

$$(1-x)(1+x+x^2+\dots+x^{n-1})$$

問5. 問3で作った第一段階から第 n 段階までの三角形の面積の総和を表はす式を作れ。

次に、 n を限りなく増すと、その和の極限値は、OMPの面積を求めよ。

問6. 初項1, 公比 -1 の等比数列がある。始めの n 項の和 S_n を、 n を大きくしていくと、その極限値は、無限数列の和に一致する。この極限値を無限数列の和とイフ。

無限数列の初項 a , 公比 h の等比数列がある。この極限値を無限数列の和とイフ。

無限数列

$$a, ah, ah^2, ah^3, \dots, ah^{n-1}, \dots$$

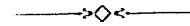
この和が有限値に一致するときは、その値を次の式で書き表はすことが出来る。

$$a + ah + ah^2 + ah^3 + \dots + ah^{n-1} + \dots$$

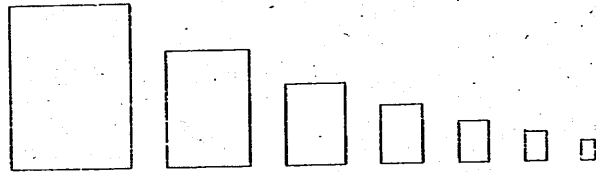
無限数列の和の有る無しは拘らず、上の形を無限級数とイフ。

問7. 無限等比数列で、その和が有限値に一致する場合は、その和を求めよ。

また、その場合は、無限等比数列の和を求める公式を作れ。



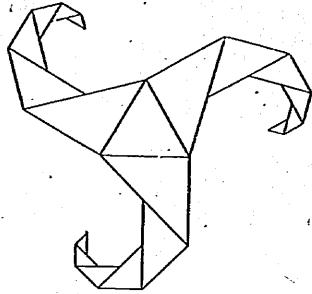
1. 二辺の比が $\sqrt{2}:1$ の矩形がある。この矩形を半分に分けて元の矩形と相似な矩形を作ると出来る。この操作を繰り返して、順次に半分ずつの面積をもつ矩形の列を作ると出来る。



これらの矩形の面積の和は、矩形の数が無限に増えるにつれて、元の矩形の面積に一致する。

先づ、式を導き出せば、次に矩形の面積を無限に重ね合わせることで、元の矩形の面積に一致する。

2. 右ノ模様ノ三
角形ヲドコマデモ繼
ギ足シテイクト、ソノ
面積ノ和ハドノヤウ
ニ増シテイクカ。種
種ノ方法デ考ヘヨ。



3. 次ノ等比数列ノ一般項ヲ書ケ。

(1) 2, -4, 8, -16, ……

(2) 1, 0.5, 0.25, 0.125, ……

(3) 1, $\sqrt{2}$, 2, $\sqrt{8}$, ……

(4) $\sqrt{2}$, $-\sqrt{\frac{2}{3}}$, $\frac{\sqrt{2}}{3}$, $-\sqrt{\frac{2}{27}}$, ……

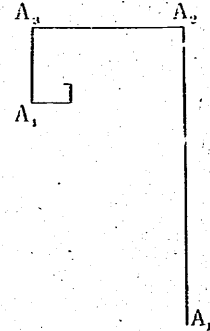
4. 前問ノ数列デ、初項カラ第二十項マデ
ノ和ヲ概算セヨ。

5. 直線 OX ノ上ヲ運動スル點 P ガアル。
P ハ始メ O カラ X ニ向カツテ 10 cm 進ミ、次
ニ 5 cm 戻ル。更ニマタ、X ニ向カツテ 2.5 cm
進ミ、1.25 cm 戻ル。

コノヤウニ、X ニ向カツテ進シデハソノ距
離ノ半分ダケ戻リ、戻ツテハソノ距離ノ半分
ダケ進ム。

P ノ次々ノ位置ニ於ケル O カラノ距離ハ
ドノヤウニ變ツテイクカ。

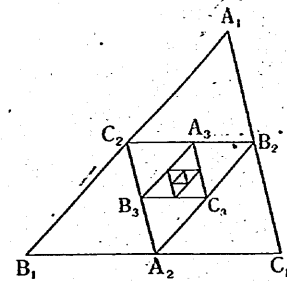
6. 一ツノ動點ガ一點 A_1
カラ眞直ニ A_2 マデ 100 m 進
ミ、次ニ左ニ直角ニ曲ツテ A_3
マデ 50 m 進ミ、マタ左ニ直角
ニ曲ツテ A_4 マデ 25 m 進シダ。



コノヤウナ運動ヲ續ケル
ト、コノ動點ハドノヤウナ點ニ近ヅイテイク
カ。

7. 三角形 $A_1B_1C_1$ ノ
三邊ノ中點ヲ $A_2B_2C_2$ ト
シ、次ニ三角形 $A_2B_2C_2$ ノ
三邊ノ中點ヲ $A_3B_3C_3$ ト
スル。

コノヤウニシテ、次々



ニ三角形ヲ書イテイクト,ソレハ次第ニ小サクナルガ,ドノヤウナ點ニ近ヅクカ。

8. 次ノ無限等比數列ノ和ガアレバコレヲ求メヨ。

(1) 初項 1, 公比 $\frac{1}{2}$ (2) 初項 1, 公比 $-\frac{1}{2}$

(3) 初項 $\sqrt{2}$, 公比 $-\sqrt{\frac{3}{2}}$

(4) 初項 $\sqrt{2}$, 公比 $-\sqrt{\frac{2}{3}}$

9. 次ノ無限數列ノ和ハアルカドウカ。

(1) 0.2, 0.13, 0.002, 0.0013, 0.00002, ……

(2) 2, -2, 2, -2, 2, ……

(3) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{12}, ……$

10. 無限等差數列ノ和ハアルカドウカ。

§ 6. 無限小數

本節デハ無限小數ニツイテ考究シヨウ。

割リ算デ分數ヲ小數ニ直ストキ,商ノ數字ガ循環シ,ドコマデモ割リ切レナイコトガアル。コノヤウナ小數ヲ 循環小數 トイフ。

循環小數ヲ書キ表ハスニハ,次ノ記號ヲ用ヒル。

$$0.1818\cdots = 0.\dot{1}8, \quad 0.1666\cdots = 0.1\dot{6}$$

問 1. 1ヲ3デ割ルト部分商ハ次ノヤウニナリ,ドコマデモ續ク。

$$0.3, \quad 0.03, \quad 0.003, \quad \cdots$$

コノヤウニ分數ヲ小數ニ直ストキ,ドコマデモ割リ切レナイ場合ニ,部分商ノ作ル無限數列ト,元ノ分數トノ間ニハドノヤウナ關係ガアルカ。

問 2. 次ノ分數ヲ小數ニ直セ。

$$\frac{2}{9}, \quad \frac{1}{99}, \quad \frac{7}{97}, \quad \frac{1}{17}, \quad \frac{6}{55}$$

問 3. 次ノ循環小數ヲ分數ニ直セ。

$$0.\dot{0}3, \quad 0.2\dot{5}, \quad 0.3\dot{6}$$

$$0.\dot{5}8\dot{2}, \quad 0.3\dot{2}4, \quad 0.8\dot{2}\dot{5}$$

2以上ノ整數デ因數ニ分解デキナイモノヲ素數 トイフ。

問 4. 有限小數ヲ既約分數ニ直ストキ,ソノ分母ニハ,ドノヤウナ素因數ガ含マレルカヲ考ヘヨ。

また、コレニヨツテ分數ガ有限小數ニ等シイノハ、ドノヤウナ場合デアルカラシラベヨ。

開平法ニヨツテ $\sqrt{2}$ ヲ求メルト、小數第七位マデノ數字ハ、次ノヤウデアル。

$$\sqrt{2} = 1.4142135$$

コノ計算ヲ續ケルト、遂ニハ開キ切レルカドウカ。また、循環小數ニナルカドウカラシラベヨウ。

コノタメニハ、 $\sqrt{2}$ ガ分數ニ等シイカドウカラシラベレバヨイ。

a, b ヲ正ノ整數トシテ

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b}$$

デアルトスルト

$$a^2 = 2b^2$$

デナケレバナラナイ。

問 5. 上ノヤウナ等式ヲ成リ立タセル a, b ガアルカドウカラシラベヨ。

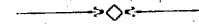
$\sqrt{2}$ ハ開キ切レルカドウカ。また、循環小

數ニナルカドウカ。

整數 a ガ整數 b デ割リ切レルトキ、 a ヲ b ノ倍數 b ヲ a ノ約數トイフ。

二數ニ共通ナ倍數ヲソレラノ公倍數トイヒ、共通ナ約數ヲ公約數トイフ。二數ノ正ノ公倍數ノウチ、最小ノモノヲ最小公倍數トイヒ、二數ノ公約數ノウチ、最大ノモノヲ最大公約數トイフ。

また、二數ノ最大公約數ガ1デアルトキ、ソレラハ互ニ素デアルトイフ。



1. 初項ガ $\frac{108}{1000}$ デ、公比ガ $\frac{1}{1000}$ デアル無限等比數列ノ和ヲ既約分數テ表ハセ。

次ニ割リ算ニヨツテ小數ニ直シテミヨ。

2. 次ノ循環小數ヲ分數ニ直セ。

$$0.\dot{7}, \quad 0.\dot{1}25, \quad 0.54\dot{5}$$

$$7.\dot{2}4, \quad 0.6\dot{0}9, \quad 0.\dot{2}34$$

3. 100 以下ノスベテノ整數ノ素因數分解表ヲ作レ。

4. 次ノ式デ x ヲ正ノ整数トスル。コノ分數ヲ既約分數ニ直ストキ、分母ガ1トナルヤウナ x ノ最小値ヲ定メヨ。

(1) $\frac{13x}{17}$ (2) $\frac{36x}{126}$ (3) $\frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5x}{2 \cdot 3^2 \cdot 7}$

5. 次ノ二數ノ最小公倍数及ビ最大公約數ヲ求メヨ。

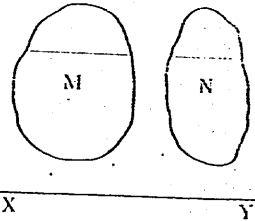
(1) 34, 51 (2) 38, 57

(3) 1558, 3854

6. $\sqrt{3}$ ハ分數ニ等シイカドウカラシラベヨ。

§7. 種々ノ問題

1. 曲線デ圍マレルニツノ圖形M, Nガアル。一定ノ直線 XX' ニ平行ナ直線ヲ引クトキ、MトNトノ内部ニアル部分ノ比ガ常ニ3:2ニ等シイナラバ、MトNノ

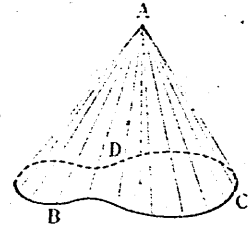


面積ノ間ニハドノヤウナ關係ガアルカ。

一般ニ、コノ比ヲ $a:b$ ニスルト、ドウナルカヲ考ヘヨ。

2. 面積 $M\text{cm}^2$ ノ平面圖形BCDガアル。コノ平面

カラ $k\text{cm}$ ノ距離ニアル點AトBCDノ周上ノ各點トヲ結ブ直線ノ作ル面BCDトハーツノ立體ヲ圍ム。



コノ立體ノ體積ハ底面積ガ $M\text{cm}^2$ 、高サガ $k\text{cm}$ ノ直角錐マタハ直圓錐ノ體積ニ等シイ。コレヲ證明セヨ。

3. 楕圓ガ長軸マタハ短軸ノマハリヲ一回轉スルトキニ出來ル立體ヲ回轉楕圓體トイフ。

長軸・短軸ガ $2a, 2b$ デアル楕圓ガ長軸マタハ短軸ノマハリニ一回轉スルトキニデキル等楕圓體ノ體積ヲ求メヨ。

次ノ數列ノ第 n 項ヲ求メヨ。

k240,4 - 5

1, 2+3, 4+5+6, 7+8+9+10+11, …

5. §5.2ノ三角形ノ頂點ハドノヤウナ點ニ近ヅクカヲシラベヨ。

6. 3デ割ツテ1ノ殘ル正ノ整數ヲ大キサノ順ニ並ベルト,ドノヤウナ數列ガ得ラレルカ。ソノ一般項ヲ書ケ。

マタ,3デ割ツテ2ノ殘ル正ノ整數ニツイテハドウカ。

7. a, b ハイヅレモ3デ割ルト1マタハ2ガ殘ル數デアル。 ab ヲ3デ割ルト何方殘ルカ。

8. 齒數ガ p, q デアル甲,乙ニツノ齒車ガ嚙ミ合ツテキテ,甲ノ或ル齒ト乙ノ或ル齒トガ一度嚙ミ合ツテカラ再ビ嚙ミ合フマデニソレゾレ x 回, y 回回轉シタトスル。

x, y ハ互ニ素デアリ, p, q ハソレゾレ y, x デ割リ切レルコトヲ證明セヨ。